

# Opérations sur les limites

$(u_n)$  et  $(v_n)$  sont deux suites.

$f$  et  $g$  sont deux fonctions ayant le même ensemble de définition  $\mathcal{D}$ ,  $a$  est un réel ou  $+\infty$  ou  $-\infty$  et est une borne de  $\mathcal{D}$ ,  $l$  et  $l'$  sont deux réels.

## Sommées de suites ou de fonctions

$(u_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f$ a pour limite en $a$	$l$	$l$	$l$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$(v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$g$ a pour limite en $a$	$l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$(u_n + v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f + g$ a pour limite en $a$	$l + l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	?

## Produits de suites ou de fonctions

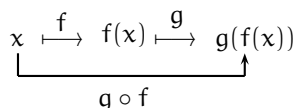
$(u_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f$ a pour limite en $a$	$l$	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$0$
$(v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$g$ a pour limite en $a$	$l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$(u_n \times v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f \times g$ a pour limite en $a$	$l \times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	?

## Quotients de suites ou de fonctions

$(u_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f$ a pour limite en $a$	$l$	$l$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$	$l > 0$ ou $+\infty$	$l < 0$ ou $-\infty$	$l > 0$ ou $+\infty$	$l < 0$ ou $-\infty$	$0$
$(v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$g$ a pour limite en $a$	$l' \neq 0$	$\pm\infty$	$l' > 0$	$l' < 0$	$l' > 0$	$l' < 0$	$\pm\infty$	$0$ en étant $> 0$	$0$ en étant $> 0$	$0$ en étant $< 0$	$0$ en étant $< 0$	$0$
$(\frac{u_n}{v_n})$ a pour limite en $+\infty$	$\frac{f}{g}$ a pour limite en $a$	$\frac{l}{l'}$	$0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?	$+\infty$	$\infty$	$-\infty$	$+\infty$	?

Il y a quatre formes indéterminées : les trois formes  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$  et  $0 \times \infty$  qui sont en fait une seule et même forme indéterminée et la forme  $+\infty - \infty$ . Ces formes sont détaillées dans la fiche 16.

## Composée de deux fonctions



$a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels ou  $+\infty$  ou  $-\infty$ .

Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  et  $\lim_{y \rightarrow b} g(y) = c$ , alors  $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = c$ .