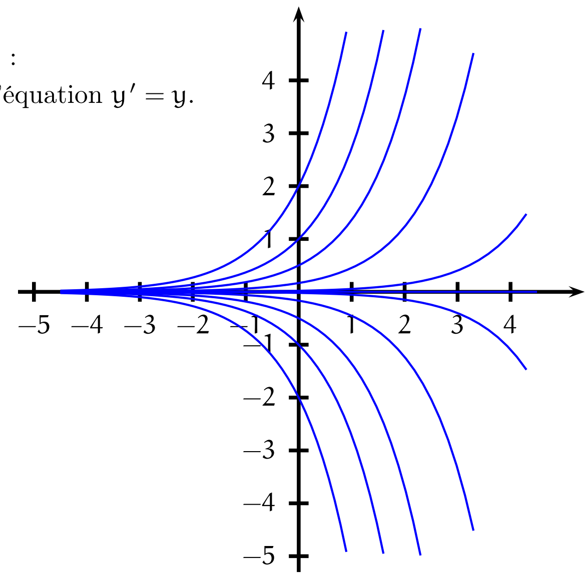
Equations différentielles

Equation différentielle du type $y' = ay$

Soit a un nombre réel.
Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{ax}$ où C est une constante réelle.

Exemple avec $a = 1$:
solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $y' = y$.



On a tracé ci-contre les courbes d'équations respectives

- $y = 2e^x$
- $y = e^x$
- $y = \frac{1}{2}e^x$
- $y = \frac{1}{6}e^x$
- $y = \frac{1}{50}e^x$
- $y = 0$
- $y = -\frac{1}{50}e^x$
- $y = -\frac{1}{6}e^x$
- $y = -\frac{1}{2}e^x$
- $y = -e^x$
- $y = -2e^x$

Equation différentielle du type $y' = ay + b$, $a \neq 0$

Soit a un nombre réel non nul.
Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ où C est une constante réelle.

Soit a un nombre réel non nul.
Pour tout couple de réels (x_0, y_0),
il existe une solution f de l'équation $y' = ay + b$ et une seule telle que $f(x_0) = y_0$.

Exemple avec $a = 1$, $b = 2$, $x_0 = 0$ et $y_0 = -1$:
solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation $y' = y + 2$
telle que $f(0) = -1$.